

約数・素数のお遊び

5年生の時に、倍数や約数、素数について学習しました。今回は、その約数や素数を使ったお遊びの紹介です。

まずは、復習。

「約数」・・・ある整数を割り切ることができる整数のこと。

「素数」・・・約数が1とその数しかない整数のこと。

エラトステネスのふるい

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54
55	56	57	58	59	60

1. エラトステネスのふるい

5年生の時にもやったのですが、素数を見つける強力なアイテムとして「エラトステネスのふるい」があります。右のような表を用意します。(後に右ページでやってください。)

1 は、素数ではありません。斜線で消します。次に、2(素数)を残し、その後、3(素数)を残し、それ以外の3の倍数を消していきます。その次の素数である5や7についても同じようにしていきます。消されずに残った数が素数。100までの数なら、この作業で全ての素数を求めることができます。

2. 完全数

6の約数は、1,2,3,6です。

6以外の数をたしてみましよう。(1+2+3=6)すると、もとの数と同じ6になります。

このような数を完全数といいます。

6の次の数は、すぐに見つけられるのですが、その次の数は大変。一度試してください。

3. 双子素数

双子素数とは、(3,5)や(5,7),(11,13)のように、その差が2である素数の組のことです。

エラトステネスのふるいを見れば、すぐにわかります。ちなみに(3,5,7)を三つ子素数といいます。三つ子素数は、この一組しかありません。

4. ゴールドバッハの予想

ゴールドバッハの予想とは、「4以上の全ての偶数は、2つの素数の和として表すことができる」というものです。例えば、

$$4=2+2 \quad 6=3+3 \quad 8=3+5 \quad 10=5+5 \quad 16=5+11 \dots$$

エラトステネスのふるい

1 2 3 4 5 6
7 8 9 10 11 12
13 14 15 16 17 18
19 20 21 22 23 24
25 26 27 28 29 30
31 32 33 34 35 36
37 38 39 40 41 42
43 44 45 46 47 48
49 50 51 52 53 54
55 56 57 58 59 60
61 62 63 64 65 66
67 68 69 70 71 72
73 74 75 76 77 78
79 80 81 82 83 84
85 86 87 88 89 90
91 92 93 94 95 96
97 98 99 100

完全数

6の約数は、(、 、 、 6) ですね。

この4つの数のうち、6以外の数をたしてみましよう。すると、もとの数と同じ6になります。このような数を完全数といいます。

6の次の完全数は、何でしょう。→ ()

また、その次の完全数は？ → ()

双子素数

(3, 5) や (5, 7) のように、その差が2である素数の組のことを双子素数といいます。

エラトステネスのふるいを見て、双子素数をさがそう。

(A, B) のような素数の組のことを双子素数といいます。が、(A, B, C) のような素数の組のことを三つ子素数といいます。

エラトステネスのふるいを見て、三つ子素数をさがそう。

ゴールドバッハの予想

ゴールドバッハの予想とは、「4以上の全ての偶数は、二つの素数の和として表すことができる」というものです。例えば、 $4 = 2 + 2$ $6 = 3 + 3$ $8 = 3 + 5$

この予想、本当でしょうか？

$$10 = \quad +$$

$$= \quad +$$

$$= \quad +$$

$$12 = \quad +$$

$$= \quad +$$

$$= \quad +$$

$$16 = \quad +$$

$$= \quad +$$

$$= \quad +$$